# Finalprov Astronomiolympiaden 2024 (med lösningsförslag)

Astronomisk Ungdoms Astronomiolympiadgrupp

16 April 2024
kl 9:00 till 13:00

Detta är finalprovet för den svenska Astronomiolympiaden 2024. De 3 personer med högst poäng kommer erbjudas plats i det svenska laget i *International Olympiad on Astronomy & Astrophysics (IOAA)* i Brasilien, i augusti.

**Lycka till!**

| **Namn** | |
|---|---|

Provet börjar på nästa sida. Vänd ej på provet förrän klockan slår 9:00. Sluta skriva omedelbart när klockan slår 13:00.

Provet har totalt 120 poäng.

Tillåtna verktyg:
Skrivdon, kladdpapper, **ej symbolhanterande** räknare, **ingen egen formelsamling** (förutom sista sidan av provbladet). **Svara på varje fråga på separata papper, och se till att numrera alla sidor du lämnar in.**

**Jag har svarat på följande frågor (kryssa i):**

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

# 1 Anders på jorden (8p)

Anders står på norra halvklotet och lade märke till att längden hos den kortaste skuggan för en 1,00 m lång vertikal stång en dag var 1,83 m och att den längsta skuggan samma dag var 9,99 m. Beräkna latituden för observatören och solens deklination denna dag.

## Lösning

$h_1$ = solens höjd när skuggan är kortast

$h_1 = \delta + 90° - \phi$

$h_1 = arctan(1/1{,}83)$

$h_2$ = solens höjd när skuggan är längst

$h_2 = arctan(1/9{,}99)$

$h_1 - h_2 = 180° - 2\phi$

$h_1 - h_2 = arctan(1/1{,}83) - arctan(1/9{,}99)$

$\phi = (180° - (arctan(1/1{,}83) - arctan(1/9{,}99)))/2 \approx 78{,}53° \approx 78{,}5°$

$\delta = h_1 - 90° + \phi \approx arctan(1/1{,}83) - 90° + 78{,}53° \approx 17{,}2°$

Observatörens latitud är alltså 78,5°och solens deklination +17,2°

## 1.1 Poäng

1 poäng för att ställt upp längder korrekt, 1 för kommit fram till korrekta längden (dvs totalt 4 poäng, 2 för varje höjd). Sedan 2 poäng vardera på samma sätt för latitud och deklinationuppställning.

# 2 Philip i perigee (11p)

Ett telekom-företag vill skicka upp Philip i en satellit, med totalmassa 29 ton där Philips massa ingår, till GEO (Geostationary Orbit) från LEO (Low Earth Orbit) för att utföra viktiga experiment. En satellit i GEO har en konstant position över en punkt över jordens ekvator och har därför samma period som jordens rotation runt sin egna axel. LEO ligger ungefär 2000 km över jordens yta. Både LEO och GEO är cirkulära banor. Bestäm den totala rörelsemängdsförändringen för att utföra en Hohmann-övergång mellan banorna.

## Lösningsförslag

Bestäm först radien för omloppsbanan för GEO. Här bör man inse att $T = 24$ timmar.

$$m\frac{4\pi^2}{T^2}R = \frac{GMm}{r^2} \iff R = (\frac{T^2GM}{4\pi^2})^{\frac{1}{3}} = 4{,}22 \cdot 10^6 m$$

Nu beräknar vi hastigheten i första punkten vid övergången i den mindre banan.

$$v_{start} = \sqrt{\frac{GM}{r}} = 12\,288\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Hastighetsskillnaden för den första övergången ges då, med hjälp av vis viva och att övergångsbanan har en storaxel $a = \frac{r+R}{2}$, av:

$$\Delta v_1 = \sqrt{GM(\frac{2}{r} - \frac{2}{r+R})} - \sqrt{\frac{GM}{r}} = 2013\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Nu ska vi bestämma hastigheten i nästa övergångspunkt. Då är radien till planeten $R$ och vi ska gå från den elliptiska till den cirkulära banan.

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R}} - \sqrt{GM(\frac{2}{R} - \frac{2}{r+R})} = 1305\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Nu adderar man båda hastighetsskillnaden för att få den totala skillnaden. Sedan ska vi dessutom multiplicera med massan för att få den totala rörelsemängdsförändringen.

$$m\Delta v = m\Delta v_1 + m\Delta v_2 = \Delta p = 29000(1305 + 2013) = 96\,222\,000\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$$

### 2.1 Poäng

1. Beräkning av geo-höjd (1p) 2. Hastigheter av cirkelbanor (2p) 3. Korrekt användning av vis-viva (3p) för att få fram delta-v 4. Andra användning av vis-viva (2p) 5. Korrekt sammansättning av (3p) Totalt 11p.

## 3 Galaxer i mina braxer (17p)

Alexander vill uppskatta avståndet till en avlägsen supernova av typ 1a. Den han observerade hade en apparent magnituden på 21,9. Antag att värdgalaxens egenrörelse är 0.

*a*) Hur långt borta är galaxen?

*b*) Antag att universum är platt och endast består av materia och mörk energi. Bestäm den kritiska densiteten vid galaxens rödförskjutning. Dagens massdensitet är $\rho_{m,0} = 2{,}8 \cdot 10^{-27}$ kg m$^{-3}$.

a) Supernova 1a har den absoluta magnituden -19,3. Med avståndsmodulen beräknar vi detta till avståndet 1.738 Gpc

b) Börja med hubble:

$$\frac{Hr}{c} = z = 0.4$$

Sen stoppar man in detta i följande:

$$\rho_{m,0}(1+z)^3 + \frac{E_\Lambda}{c^2} = \rho_{cr} = 1.434 \cdot 10^{-26} kgm^{-3}$$

### 3.1 Poäng

a) Magnitudberäkning apparent/absolut för att få avstånd. 3p för rätt uppställning, 1p för rätt svar. b) 1. Hubbleuppställning 4p 2. Få fram densitet från rödförskjutning 2p 3. Densitetsberäkning 4p 4. Hitta kritisk densitet 3p Totalt 17p

## 4 Stjärnornas åldersdomshem (17p)

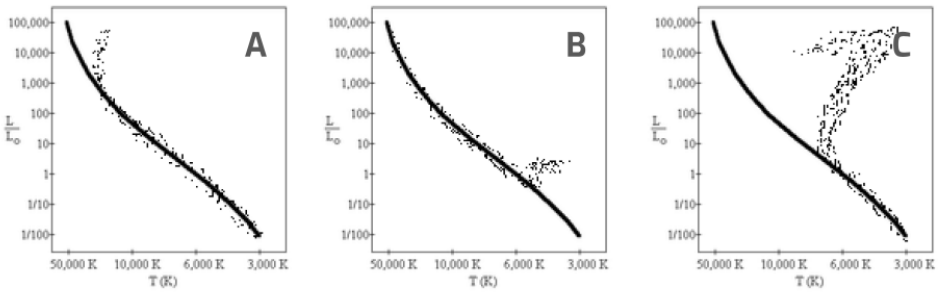
Nedan finns HR-diagram för 3 stjärnhopar.

*a*) Ordna hoparna enligt ålder och förklara varför.

*b*) Uppskatta åldern av stjärnhop A. Till er hjälp har ni att astrofysiker funnit dessa empiriska förhållanden för huvudserie-stjärnor:

$$L \sim M^{3{,}5},\ t \sim M^{-2{,}5}$$

där $L$ är stjärnans luminositet, $M$ dess massa och $t$ dess livstid på huvudserien. Solen kommer leva ca 10 miljarder år på huvudserien.




Figur 1: Tre stjärnhopar i olika åldrar, $L_0$ står för solens luminositet.

### Lösningsförslag

a) Ordningen är B, A, C från yngst till äldst. Detta är då man kan anta att alla stjärnorna i hopen skapades samtidigt. I stjärnhop B har de minsta stjärnorna med längst livstid inte nått huvudserien än. I A har de allra tyngsta stjärnorna med kortast livstid börjat avvika från huvudserien och slutligen i C har fler stjärnor börjat avvika.

b) Main sequence turnoff point är där hopen avviker från huvudserien uppe till vänster. Luminositeten av sjtärnorna där är ca 1000 $L_0$. Vi kombinerar de givna två ekvationerna till

$$t \sim L^{-\frac{5}{7}},$$

alltså kan vi skriva om detta med våra siffror till

$$t = t_0 \cdot 1000^{-\frac{5}{7}}$$

där $t_0 = 10^{10}$ år är solens livstid på huvudserien. Detta ger oss åldern 70 miljoner år.

### 4.1 Poäng

a) Förståelse är viktigast, rimlig/korrekt förklaring per hop är 2p, korrekt ordning ger 3 poäng. Därmed 9 totalt för a. b) Korrekt användning av proportionaliteters, 2p vardera formel. Korrekt resonemang för varför man tar A-diagrammet och main-sequence turnoff" är 4p.

Totalt 17 poäng.

## 5 Hugo och teleskopet (20p)

För ett ickeroterande oladdat svart hål kan man bestämma dess Hawkingstrålning. Detta motsvarar avdunstningen av ett svart hål och kan approximeras som svartkroppsstrålning. I verkligheten kan även andra typer av partiklar strålas ut, men för enkelhetens skull antar vi att strålningen endast består av fotoner. Hawkingtemperaturen för strålningen ges enligt

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M k_B}.$$

Hugo observerar ett svart hål med sitt teleskop. Det svarta hålet har massan $M = 10^{11}$ kg. Det svarta hålet befinner sig på ett avstånd 0,1 Mpc. I många fall väljer man i fysik att skriva $\hbar$, vilket är ett alternativt sätt att skriva $\frac{h}{2\pi}$.

*a*) Bestäm vilken diameter på Hugos teleskop som krävs för att han skall kunna observera det svarta hålets Hawkingstrålning. Antag att Hugo kan uppfatta alla våglängder på hela spektrumet och att gränsmagnituden för ett teleskop beror på dess diameter (i meter) genom

$$m = 16{,}77 + 5 \log D.$$

*b*) Bestäm det svarta hålets resterande livstid $t$ om det svarta hålet håller en konstant Hawkingstrålning på $P = \frac{E}{t}$.

## Lösningsförslag

Då Hawkingstrålningen kan approximeras med svartkroppsstrålning kan vi utnyttja Stefan-Boltzmanns lag genom

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

där $R$ är radien på det svarta hålet lika med schwarzschildradien och där $T$ är temperaturen av det svarta hålet vilket är givet i frågan. Sätter vi in dessa uttryck får vi

$$\begin{aligned} P &= 4\pi R^2 \sigma T^4 \\ &= 4\pi \left(\frac{2GM}{c^2}\right)^2 \frac{\pi^2 k_B^4}{60\hbar^3 c^2} \left(\frac{\hbar c^3}{8\pi G M k_b}\right)^4 \\ &= \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2}. \end{aligned}$$

Vid avståndet $R = 0.1$ Mpc får vi fluxet till

$$F = \frac{\hbar c^6}{61440\pi^2 G^2 M^2 R^2}$$

som ger oss en apparent magnitud på

$$\begin{aligned} m &= m_{\text{sol}} - 2{,}5 \log \left( \frac{\frac{\hbar c^6}{61440\pi^2 G^2 M^2 R^2}}{\frac{L_\odot}{4\pi (1\text{AU})^2}} \right) \\ &\approx 64{,}91. \end{aligned}$$

Vi kan nu sätta in detta värdet i vår ekvation för gränsmagnituden för teleskopet

$$D = 10^{\frac{64{,}91 - 16{,}77}{5}}\,\text{m} = \boxed{4{,}2458 \cdot 10^9\text{m} = 0{,}284\text{AU}.}$$

Från att $P = \frac{E}{t}$ har vi att $t = \frac{E}{P}$. Här har vi redan härlett ett utryck för effekten $P$, och vi har från Einsteins massa-energi relation att energin i ett icke-roterande svart hål är $E = Mc^2$. Från detta får vi att

$$\begin{aligned} t = \frac{E}{P} &= \frac{Mc^2}{\frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2}} \\ &= \frac{15360\pi G^2 M^3}{\hbar c^4} = \boxed{2{,}52 \cdot 10^{17}\text{s} = 8{,}00 \cdot 10^9\text{år}.} \end{aligned}$$

## 5.1 Poäng

a) 1. Beräkna schwarzildradie 3p 2. Använd Stefan-Boltzmann 3p 3. Korrekt luminositet 4p 4. Korrekt apparent magnitud 4p 5. Korrekt teleskopdiameter 2p b) 2p för att ställa upp e=mc2, 2p för korrekt total tid.

Totalt 20p

## 6 Det är lätt att skina när man är omgiven av stjärnor (20p)

Herkuleshopen, M13, är en klotformig globulär stjärnhop (kluster) i stjärnbilden Herkules. M13 är 6800 pc från oss och har en skenbar storlek på 20 bågminuter (i diameter) vilket motsvarar en radie på 19,8 pc, dessutom är magnituden av M13 5,8.

*a*) Om vi uppskattar att alla stjärnor i M13 liknar vår sol (vilket inte är ett korrekt antagande, se uppgift 4), hur mycket massa finns då i M13?

*b*) Uppskatta medelavståndet mellan två närliggande stjärnor i stjärnhopen.

### Lösningsförslag

Eftersom vi antar att M13 beror av likadana stjärnor som vår sol börjar vi med att räkna ut vilken apparent magnitud en enstaka stjärna skulle ha i stjärnhopen. Detta får vi genom

$$\begin{aligned} m_{\text{stjärna}} &= m_{\text{sol}} - 2{,}5 \log\left(\frac{F_{\text{stjärna}}}{F_{\text{sol}}}\right) \\ &= m_{\text{sol}} - 2{,}5 \log\left(\frac{\frac{L_{\text{stjärna}}}{4\pi r^2}}{\frac{L_{\text{sol}}}{4\pi(1\text{AU})^2}}\right) \\ &= m_{\text{sol}} - 2{,}5 \log\left(\frac{(1\text{AU})^2}{r^2}\right) \approx 19{,}0 \end{aligned}$$

där $r = 6800$ pc och vi använt att $L_{\text{stjärna}} = L_{\text{sol}}$. Nu har vi möjlighet att räkna ut hur många till antalet stjärnor av denna magnitud som tillsammans utgör den apparenta magntiden av M13. Vi börjar då först med observationen att fluxet från M13 är lika med summan av fluxen från de enskilda stjärnorna,

$$F_{\text{M13}} = F_{\text{stjärna}} + F_{\text{stjärna}} + \ldots + F_{\text{stjärna}} = nF_{\text{stjärna}}$$

där $n$ är antalet stjärnor. Ur detta får vi

$$\frac{F_{\text{M13}}}{F_{\text{stjärna}}} = n = 10^{0{,}4(m_{\text{stjärna}} - m_{\text{M13}})} = 1{,}896 \cdot 10^5.$$

Nu söker vi den totala massan av hela stjärnhopen, och under vårt antagande att alla stjärnor liknar vår sol blir den totala massan

$$M = nM_\odot = \boxed{1{,}896 \cdot 10^5 M_\odot = 3{,}771 \cdot 10^{35}\,\text{kg.}}$$

Vi söker nu efter medelavståndet mellan två närliggande stjärnor i hopen. En god uppskattning är då att varje stjärna befinner sig i sin egna bubblasom tolkas som en lite sfär. Volymen av denna sfär som varje stjärna själv befinner sig i är

$$\begin{aligned} V_{\text{bubbla}} &= \frac{V_{\text{M13}}}{n} \\ &= \frac{4\pi R^3}{3n} = \frac{4\pi d^3}{3} \end{aligned}$$

där $R$ är radien av M13 och $d$ är radien av bubblorna. Vi löser ut $d$ och får

$$d = \frac{r}{\sqrt[3]{n}} \approx 0.345\,\text{pc}.$$

Detta är dock bara halva avståndet mellan stjärnorna och vi får medelavståndet till $\boxed{0.689\,\text{pc.}}$

### 6.1 Poäng

a) 1. Hitta apparent magnitud för en solliknande stjärna i hopen 4p 2. Fluxaddition + magnitud är logaritmisk för att hitta mängden stjärnor som krävs för att uppnå magnituden 6p 3. Multiplicera med solmassa för att få total stjärnhopsmassa 2p

b) 8 poäng, vi accepterar flera olika metoder

Totalt 20 poäng.

## 7 En kärnfull fråga (27p)

En högt aktuell forskningsfråga är hur densiteten av neutronstjärnor varierar med radien. Detta uttrycks generellt genom en *equation of state* (EOS). Att studera EOS kan öka vår förståelse för både neutronstjärnor och grundläggande kärnfysik [1]. I denna fråga skall vi undersöka en EOS som använder styckvisa polytroper[1] och använda data från Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) för att inferera massan av bly [3]. På detta sätt är det också möjligt att begränsa modelparametrar för EOS genom att jämföra med mätningar av kärnmassor.

Vi kommer att börja med att undersöka frekvensen av utsända gravitationsvågor, och utifrån ett givet värde på frekvensen ta reda på vilken av våra modeller som kan anses ligga i linje med denna frekvens. Därefter skall vi vidare dra slutsatser kring modellens giltighet genom en koppling mellan våra modeller och massan av atomkärnor som vi kan mäta.

Låt oss anta att vi observerar en sammansmältning av två neutronstjärnor. Låt systemet vara symmetriskt och approximativt cirkulärt, d.v.s. båda neutronstjärnorna har lika stor massa om $1{,}4M_\odot$. Dessa system emitterar gravitationsvågor till följd av kropparnas rörelse, som har en frekvens som är dubbelt så stor som orbitalfrekvensen.

*a*) Antag att neutronstjärnorna har ett avstånd mellan sig lika med $a$. Beräkna frekvensen av de utsända gravitationsvågorna, $f_{\mathrm{GW}}$.

*b*) För EOS med styckvisa polytroper kan radien för en $1{,}4M_\odot$ neutronstjärna uttryckas approximativt som

$$R_{1,4} \simeq 9{,}68 + 0{,}168p_1 - 0{,}00120p_1^2 \text{ km},$$

där $0 \leq p_1 \leq 20{,}933\,\mathrm{MeV}$ är ett tryck och genomgående anges i MeV. I detta empiriska samband ignorerar vi dimensionsfel.

Utgå från Tabell 1 nedan. Antag att vi har observerat att symmetriska binära neutronstjärnsystem med massorna ovan i genomsnitt har en frekvens om $(4500 \pm 300)\,\mathrm{Hz}$ (vid provdagen stod det $(1100 \pm 150)\,\mathrm{Hz}$)vid sammansmältningsögonblicket. Bestäm vilken av modellerna som kan anses ligga i linje med dessa observationer. Antag att de kan anses ligga i linje med observationerna om de ligger inom den angivna felmarginalen.

| Modell | $p_1$ [MeV] | $\gamma$ |
|---|---|---|
| 1 | 14,304 | 2,533 |
| 2 | 20,933 | 2,770 |
| 3 | 9,676 | 2,290 |

Tabell 1: Modellparametrar för tre olika polytropiska EOS. Parametern $\gamma$ är en dimensionslös parameter.

*c*) Massan av bly-208 ($^{208}_{82}\mathrm{Pb}$) är enligt experiment i labb mätt till 207,976652 Da [2]. Utifrån en enklare teoretisk modell kan vi uttrycka bindningsenergin av bly-208 som[2]

[1] En polytrop är ett särskilt beroende mellan tryck och densitet, som inte är vidare relevant här.

[2] Har du tid över kommer här en liten sidenote. Idén i denna fråga är att formuleringen av en EOS samspelar med energin i nukleär materia. Bland annat betraktar vi implicit en s.k. symmetrienergi, som är energin som uppkommer då materian avviker från lika andel protoner och neutroner. Detta är en viktig del i modelleringen av neutronstjärnor, men är också något som tas i beaktning vid teoretiska beräkningar av atomkärnors massor. Här betraktar vi en sammanslagning av dessa betraktelser och den s.k. *liquid drop modellen* för kärnmassor för att se hur observationer kan kopplas till massan av atomkärnor.

$$E_B({}^{208}_{82}\text{Pb}) = 1549{,}3 + 21{,}815 \cdot 1{,}85^{-\gamma} p_1 \text{ MeV}.$$

(Stod under provdagen: $E_B({}^{208}_{82}\text{Pb}) = 1844{,}4 - 21{,}815 \cdot 1{,}85^{-\gamma} p_1$ MeV.)

Bestäm utifrån detta vilken av de ovan givna modellerna som överensstämmer bäst med mätningar.

*d*) Antag att vi undersöker en modell där vi har en symmetrisk sammanslagning av lika massiva svarta hål istället för neutronstjärnor. Om den gravitationsvågsfrekvensen vid sammansmältningen är densamma som i delfråga *b*), vad är då massan av en av de svarta hålen?

## 7.1 Poäng

a) 1. Ställ upp keplers lag med halvavståndet för att masscentrum är mitt emellan tot 6p b) Inse att a = 2R1,4 3p . Beräkna och jämför 5p c) Sätt in gammavärden och konvertera från bindningsenergi till Dalton för att jämföra med blymassan, för de tre gammas. 8p d) Inse att a = 2Rschwarzhildradie, extrapoäng 5p

Totalt 27p

## 7.2 Lösningsförslag

*a*) Vi börjar med att använda Keplers III:e lag med två massor (går även att ta fram m.h.a. Newtons II:a och cirkelrörelse kring ett gemensamt masscentrum). Vi har

$$\left(\frac{a}{2}\right)^3 f_{\text{orbit}}^2 = \frac{2G \cdot 1{,}4 M_\odot}{4\pi^2},$$

vilket ger frekvensen $f_{\text{GW}} = 2f_{\text{orbit}}$ som

$$f_{\text{GW}} = 4\sqrt{1{,}4\frac{GM_\odot}{\pi^2 a^3}}.$$

*b*) Vi inser att vid sammasmältningen är avståndet mellan dem $a = 2R_{1,4}$. Genom insättning av de olika värdena för $p_1$ från tabellen har vi:

| Modell | $f_{\text{GW}}$ |
|---|---|
| 1 | 4760 Hz |
| 2 | 4300 Hz |
| 3 | 5200 Hz |

Av dessa ligger modell 1 och 2 i det rimliga spannet (under provdagen var det givna frekvensvärdet fel, men vi har gjort en rättvis bedömning utifrån de givna värdena).

*c*) Vi har (med $c = 1$)

$$\begin{aligned} E_B({}^{208}_{82}\text{Pb}) &= 82(m_p + m_e) + 126 m_n \\ &= 165365 - 193729 \text{ MeV} \\ &= 1636\,\text{MeV}. \end{aligned}$$

Insättning av de olika modellparametrarna ger:

| Modell | $E_B$ | $E_B$ på provdagen |
|---|---|---|
| 1 | 1614 MeV | 1779 MeV |
| 2 | 1632 MeV | 1761 MeV |
| 3 | 1600 MeV | 1793 MeV |

Därmed anses modell 2 stämma bäst överrens med våra mätningar.

*d*) Schwarzchildradien ges som

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}.$$

Genom samma resonemang som i *b*) ger att $a = 2r_s$. Uttrycket för frekvensen i *a*) tillsammans med $r_s$ ger

$$M = \frac{c^3}{2\pi G f_{GW}}.$$

Detta ger en massa om $7.2\,\mathrm{M}_\odot$ (på provdagen var $29\,\mathrm{M}_\odot$ rätt).

# Notation

Standardsymbolerna för himlakropparna (i ordning från solen) är ☉, ☿, ♀, ⊕, ♂, ♃, ♄, ⛢, ♆, och ♇ för Pluto.

# Referenser

[1] K Hebeler m. fl. "Equation of state and neutron star properties constrained by nuclear physics and observation". I: *The Astrophysical Journal* 773.1 (2013), s. 11.

[2] WJ Huang m. fl. "The AME 2020 atomic mass evaluation (I). Evaluation of input data, and adjustment procedures". I: *Chinese Physics C* 45.3 (2021), s. 030002.

[3] Andrew W Steiner, James M Lattimer och Edward F Brown. "Neutron star radii, universal relations, and the role of prior distributions". I: *The European Physical Journal A* 52.2 (2016), s. 18.

# Givna solsystemsdata, värden och formler

| Himlakropp | Diameter (km) | Avstånd från solen ($10^6$km) | Massa (kg) |
|---|---|---|---|
| Solen | $1{,}393 \cdot 10^6$ | — | $1{,}989 \cdot 10^{30}$ |
| Merkurius | 4879,4 | 57,9 | $3{,}301 \cdot 10^{23}$ |
| Venus | 12104 | 108,2 | $4{,}868 \cdot 10^{24}$ |
| Jorden | 12756 | 149,597870 | $5{,}972 \cdot 10^{24}$ |
| Mars | 6779 | 227,9 | $6{,}417 \cdot 10^{23}$ |
| Jupiter | 142800 | 778,3 | $1{,}898 \cdot 10^{27}$ |
| Saturnus | 120660 | 1427,0 | $5{,}681 \cdot 10^{26}$ |
| Uranus | 51118 | 2871,0 | $8{,}681 \cdot 10^{25}$ |
| Neptunus | 49528 | 4497,1 | $1{,}024 \cdot 10^{26}$ |

Tabell 2: Grundläggande data om solsystemet.

| Namn | Värde | Enhet |
|---|---|---|
| Newtons gravitationskonstant ($G$) | $6{,}67408 \cdot 10^{-11}$ | $\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$ |
| Hubbles konstant ($H_0$) | 70 | $\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ |
| Solarkonstanten ($G_{SC}$) | 1360 | $\mathrm{W\,m^{-2}}$ |
| Solens luminositet ($L_\odot$) | $3{,}826 \cdot 10^{26}$ | W |
| Solens temperatur ($T_\odot$) | 5777 | K |
| Absolut magnitud av solen | 4,83 | mag |
| Apparent magnitud av solen | $-26{,}74$ | mag |
| Plancks konstant ($h$) | $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ | J s |
| Ljusets hastighet i vakuum ($c$) | 299792458 | $\mathrm{m\,s^{-1}}$ |
| Ljusår (ly) | $9{,}461 \cdot 10^{12}$ | km |
| Parsec (pc) | 206265 | Astronomiska enheter (AU) |
| Dalton (Da, u, amu) | $1{,}661 \cdot 10^{-27}$ | kg |
| Dalton (Da, u, amu) | 931,4941 | $\mathrm{MeV}\,c^{-2}$ |
| Protonens massa | 938,272088 | $\mathrm{MeV}\,c^{-2}$ |
| Neutronens massa | 939,565420 | $\mathrm{MeV}\,c^{-2}$ |
| Elektronens massa | 0,510998950 | $\mathrm{MeV}\,c^{-2}$ |
| Boltzmanns konstant ($k_B$) | $1{,}381 \cdot 10^{-23}$ | $\mathrm{m^2\,kg\,s^{-2}\,K^{-1}}$ |
| Stefan-Boltzmanns konstant ($\sigma$) | $\frac{\pi^2 k_B^4}{60\hbar^3 c^2} = 5{,}6704 \cdot 10^{-8}$ | $\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$ |
| Atmosfäriskt tryck vid havsnivå (på jorden) | 101,3 | kPa |
| Siderisk dag | 23,9344696 | h |
| Julianskt år | 365,25 | dagar (24h) |
| Mänskliga ögats vinkelupplösning | 60 | as |
| Absolut magnitud av supernova 1a | $-19{,}3$ | mag |
| Chandrasekhargränsen | 1,44 | $M_\odot$ |
| Mörkenergidensitet | $6 \cdot 10^{-10}$ | $\mathrm{Jm^{-3}}$ |

Tabell 3: Fysikaliska värden.

| Namn | Formel |
| --- | --- |
| Newtons gravitationslag | $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ |
| Centripetalacceleration | $a = \frac{v^2}{r}$ |
| Fotonens rörelsemängd | $p = \frac{E}{c}$ |
| Fotonens energi | $E = hf$ |
| Stefan-Boltzmanns lag | $\frac{P}{A} = \sigma T^4$ |
| Wiens lag | $\lambda_{max} T = 2{,}898\,\mathrm{mm\,K}$ |
| Keplers tredje lag | $\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(m_1+m_2)}{4\pi^2}$ |
| Pascals lag | $p_{tot} = p_0 + \rho g h$ |
| Ideala gaslagen | $pV = \frac{m}{M} k_B T$ |
| Vis-viva ekvationen | $v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$ |
| Magnitudekvationen | $m - M = 5\log(\frac{d}{10}) + A_\lambda$ |
| Magnitud och flux | $m_1 - m_2 = -2{,}5\log(\frac{F_1}{F_2})$ |
| Parallaxekvationen | $d = \frac{1}{p''}$ pc |
| Rotationsenergi | $\frac{I\omega^2}{2}$ ($I$ är rörelsemängdsmoment) |
| Tidsekvationen | $TE = TS - MS$ |
| Leavitt's lag | $M = -2{,}78(\log(P) - 1) - 4{,}00$ |
| Rödförskjutning | $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{rest}} = \sqrt{\frac{1+v_r/c}{1-v_r/c}} - 1 \approx \frac{v_r}{c}$ |
| Rayleighs kriterie | $\theta \approx 1{,}22\frac{\lambda}{D}$ |
| Focal ratio | $f/ = \frac{FL}{D}$ |
| Ljusinsamlingsformeln | $LGP = (\frac{D}{D_{eye}})^2$ |
| Einsteins massa-energi relation | $E = mc^2$ |
| Skalfaktorn beroende av z | $a(z) = \frac{1}{1+z}$ |
| Kritiska densiteten | $\rho_{cr}(t) = \frac{3H(t)^2}{8\pi G}$ |
| Hubbles lag | $H_0 r = v$ |
| Schwarzschildradie | $R = \frac{2GM}{c^2}$ |

Tabell 4: Fysikaliska formler.